



Help, ik moet over 6 maanden een rekentoets maken!

Didactische tips om leerlingen voor te bereiden op de rekentoets 3F

Ad Bijlard
Kees Hoogland
Jenneken van der Mark
Martin van Reeuwijk
Ellen Schoonen
Aat Stuurman
Madeleine Vliegthart
Peter van Wijk

Help, ik moet over 6 maanden een rekentoets maken!

Didactische tips om leerlingen voor te bereiden op de rekentoets 3F

Ad Bijlard
Kees Hoogland
Jenneken van der Mark
Martin van Reeuwijk
Ellen Schoonen
Aat Stuurman
Madeleine Vliegthart
Peter van Wijk

Stichting APS is een not-for-profit onderwijsinstituut op het gebied van leren, onderwijsvormgeving, schoolontwikkeling en leiderschap. Via advies, training, coaching, projectleiding, onderzoek en ontwikkeling, werken wij met docenten, leidinggevendenden en bestuurders aan duurzame vernieuwing.

Onze aanpak is geënt op wetenschappelijke inzichten, deelname aan innovatieprojecten en ervaring in de praktijk van alledag. Het resultaat? Kinderen en jongeren leren hun talenten ten volle te ontwikkelen. Dat is leren inspireren volgens APS.

Deze publicatie is ontwikkeld door APS voor ondersteuning van het regulier en speciaal onderwijs in opdracht van het Ministerie van OCW. APS vervult op het gebied van R&D een scharnierfunctie tussen wetenschap en onderwijsveld. Het is toegestaan om, in het kader van een educatieve doelstelling, niet bewerkte en niet te bewerken (delen van) teksten uit deze publicatie te gebruiken, zodanig dat de intentie en aard van het werk niet worden aangetast. Het is toegestaan om het werk in het kader van educatieve doelstellingen te vereenvoudigen, op te slaan in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar te maken in enige vorm, zoals elektronisch, mechanisch of door fotokopieën.

Bronvermelding is in alle gevallen vereist en dient als volgt plaats te vinden:
Team Rekenen Exact, APS Utrecht

Titel

Help, ik moet over 6 maanden een rekentoets maken!

Didactische tips om leerlingen voor te bereiden op de rekentoets 3F

Auteurs

Ad Bijlard, Kees Hoogland, Jenneken van der Mark, Martin van Reeuwijk, Ellen Schoonen, Aat Stuurman, Madeleine Vliegthart, Peter van Wijk

Lay-out

Caro Grafico | Grafisch Ontwerp, Culemborg

Foto omslag

Shutterstock

© APS, Utrecht, herziene druk, november 2014

Inhoud

1	Inleiding	9
2	Wettelijke regeling	13
3	Hoofdzaken uit de rekentoetswijzers	17
4	De aanpak van rekenproblemen	21
5	Genres en didactische modellen	27
6	Overige algemene didactische tips	41
7	Websites	45
Bijlagen		
1	Schema's voor probleem oplossen bij rekenen/wiskunde uit diverse wetenschapsgebieden	49
2	Afronden en intervallen bij computer scoorbare vragen	52
3	De moeilijkheidsgraad van opgaven	56
4	Inzichten rekenen in het basisonderwijs van nu	57

1 Inleiding

In deze publicatie nemen we het referentiekader Taal en Rekenen en de komende rekentoetsen 3F voor het voortgezet onderwijs in het voorjaar van 2013 als uitgangspunt.

We willen met deze korte brochure ondersteuning bieden aan docenten bij het komen tot een effectieve didactiek waarmee zij hun leerlingen rekenvaardiger kunnen maken en kunnen voorbereiden op het oplossen van het soort rekenopgaven zoals die in de Rekentoets 3F te vinden zijn. Deze brochure is een herziene en geactualiseerde versie.

2 Wettelijke regeling

Leerlingen in het voortgezet onderwijs dienen een rekentoets met goed gevolg af te leggen om in aanmerking te komen voor een diploma.

Die wettelijke regeling wordt voortdurend nog op allerlei manieren verfijnd, verbijzonderd en is in de tijd aan veranderingen onderhevig. Voor de meest actuele stand van zaken verwijzen wij naar de immer actuele website van het Steunpunt Taal en Rekenen VO (www.steunpunttaalenrekenenvo.nl).

Op 1 september 2014 is de stand van zaken als volgt:

- Rekentoets 2F voor vmbo, Rekentoets 3F voor havo en vwo. Leerlingen die de rekentoets echt nu niet zullen halen hebben de mogelijkheid om mee te doen aan de aangepaste toets. Belangrijke voorwaarde hiervoor is wel dat er duidelijk een inspanning gepleegd is van beide kanten om de leerling op het gewenste niveau te krijgen. Het is van belang een dossier hierover te kunnen overleggen. Tijdig moeten leerlingen opgegeven worden voor deze aangepaste toets. De leerlingen moet zich wel bewust zijn van het civiele effect van deze toets.
- In elk schooljaar is er een periode waarin de toets digitaal afgenomen kan worden en een periode waarin een herkansing digitaal afgenomen kan worden.
- In schooljaar 2014/2015 zijn die perioden: 4 maart - 17 maart 2015 en 28 mei - 9 juni 2015.
- In september 2014 verschijnt er een brochure en activiteitenplanning van CvTE (college voor toetsen en examens)
- Verder uit een Flitsbericht (voorjaar 2014) van het Steunpunt Taal en Rekenen:

Voortgangsrapportage naar de Tweede Kamer

Minister Bussemaker en staatssecretaris Dekker hebben op 13 juni de zesde voortgangsrapportage over de invoering van de referentieniveaus taal en rekenen naar de Tweede Kamer gestuurd. In deze rapportage worden de bevindingen beschreven van het schooljaar 2013-2014.

In dit bericht lichten wij er een paar zaken uit die van belang zijn voor het voortgezet onderwijs.

Commissie Bosker

De bewindslieden willen de aanbevelingen van de Commissie Bosker onverkort en integraal uitvoeren:

- **verbeteringen rekentoets:**
De rekentoets zal verbeterd moeten worden waarvoor het CvTE een gecombineerde syllabus-commissie mbo – vo in gaat stellen.
De referentiecesuren lijken voor 2F en 3F (nog) te hoog te liggen. Zij dienen (voorlopig) niet vastgelegd te worden en periodieke evaluatie van de cesuren is noodzakelijk. Een kleine groep van deskundigen gaat zich buigen over de een tijdelijke aanpassing van de cesuur of een tijdelijke aanpassing van de slaag/zak-beslissing.
- **herkansing:**
Vanaf 2015-2016, het moment dat de rekentoets in de slaag/zak-regeling wordt opgenomen, wordt een extra herkansing voor vo-leerlingen mogelijk gemaakt. Ook wordt het dan mogelijk voor vmbo-leerlingen om op een hoger referentieniveau te herkansen: eerst de rekentoets op 2F maken en bij goed resultaat is herkansing op 3F mogelijk.
- **slag/zak-regeling:**
Vanaf 2015-2016 telt de rekentoets mee bij de slaag/zak-beslissing. De staatssecretaris houdt hier ook aan vast en neemt de adviezen op dit punt van de commissie Bosker en het Steunpunt over. Wel wordt er door deskundigen nog gekeken naar een tijdelijke aanpassing van de cesuur of een tijdelijke aanpassing van de positie van het cijfer van de rekentoets in de slaag/zak-regeling.
- **vmbo bb-toets:**
Er komt in 2015 een pilot met een aparte rekentoets voor vmbo-bb.

- **ERWD:**
Voor leerlingen met ernstige rekenproblemen en dyscalculie wordt er gekeken welke aanpak nodig is voor leerlingen voor wie ook op termijn de voor hun geldende referentieniveaus niet haalbaar zijn. Na de zomer 2014 volgt hierover meer informatie.
- **discrepantie wiskunde vmbo – rekentoets:**
Het CvE gaat de discrepantie tussen de leerlingresultaten van de wiskunde-examens vmbo en de rekentoets 2F analyseren.
- **extra voorbeeldtoetsen:**
Er zullen extra voorbeeldtoetsen beschikbaar komen.

Landelijke resultaten schooljaar 2013/2014

Referentieniveau	2F			3F	
	BB	KB	GL/TL	havo	vwo
Gemiddeld cijfer	5	5,2	5,3	5,1	6,9

Vervolgstappen

Verzoek aan College voor Examens: verbetering toetskwaliteit

- vo-rekentoetsen en mbo rekenexamens zoveel mogelijk met elkaar overeen laten komen;
- technische verbeteringen: terugbladeren en rekenopgaven met tussenstappen al in 2015;
- meer transparantie en openbaarheid;
- onderzoek naar mogelijkheid en consequenties van schriftelijke rekentoetsen en voorkeur van docenten voor digitale of schriftelijke toetsen.

Hoofdstuk 3

Hoofdzaken uit de rekentoetswijzers

3 Hoofdzaken uit de rekentoetswijzers

De vorm en de inhoud van de toetsen passen zijn conform het referentiekader Taal en Rekenen, maar worden in veel meer detail vastgelegd in de Rekentoetswijzer 2F en Rekentoetswijzer 3F.

De rekentoetsen 2F en 3F bestaan verreweg voor het grootste deel uit rekenopgaven die het functioneel rekenen toetsen. Daarbij gaat het om het oplossen van kwantitatieve problemen uit de wereld om ons heen. De opgaven overdekken de domeinen zoals die in het referentiekader beschreven staan.

Een globale indicatie van de verdeling van de opgaven over de domeinen is:

- Getallen 30%
- Verhoudingen 30%
- Meten/Meetkunde 20%
- Verbanden 20%

De meest rekenopgaven die gaan over functioneel rekenen zijn nooit precies aan één domein te koppelen. Deze opgaven zijn dus allemaal gegeven in een context. Aan de leerling de taak het kwantitatieve probleem op te lossen. Hij mag daarbij de hulpmiddelen gebruiken die hem daarbij kunnen helpen: kladpapier en rekenmachine.

Voor het oplossen van dergelijke problemen is een didactiek te ontwikkelen. Daarover gaat deze brochure.

De rekentoets 2F bestaat uit 51 opgaven die in 90 minuten opgelost dienen te worden.

De rekentoets 3F bestaat eveneens uit 51 opgaven die in 120 minuten opgelost dienen te worden. Het aantal contextloze opdrachten is 15, het aantal contextopdrachten 36.

Contextloze opdrachten

In beide toetsen komt ook een beperkt aantal contextloze (kale) rekenopgaven voor, waarbij geen rekenmachine gebruikt mag worden.

Voor 2F beperkte zich het niveau van de contextloze opdrachten tot nu toe tot het niveau 1F.

Voor 3F beperkte deze opgaven zich tot nu toe tot het niveau 1F en 1S.

In de herziene toetswijzer 2F van juni 2014 staan de volgende aanpassingen:

1. De contextloze opgaven kunnen ook van referentieniveau 2F zijn.
2. Niet alle contextloze opgaven zijn per se oplosbaar met een handig-reken-strategie.
3. Het aandeel contextloze opgaven is gesteld op ongeveer 30%.

Voorbeelden van contextloze opgaven van referentieniveau 3F:

$$-2 + 7 =$$

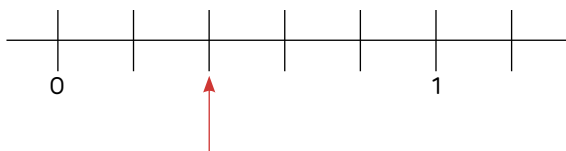
$$-2 - 7 =$$

$$2 - 7 =$$

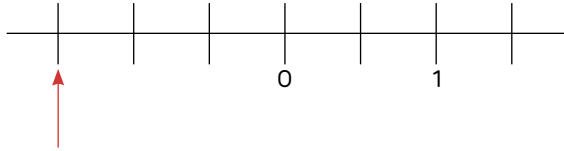
$$3,2 - 5,3 =$$

$$-5,21 + 10 =$$

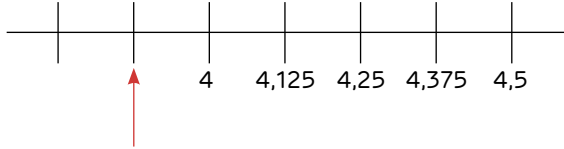
Welk getal hoort op de plaats van de pijl?



Welk getal hoort op de plaats van de pijl?



Welk getal hoort op de plaats van de pijl?



$$4 \times (3 + 2) =$$

$$(3 - 2) \times 4 =$$

$$(8 + 12) : 5 =$$

$$5^3 =$$

$$15^2 =$$

Welk getal is het grootst? 0,5 0,29 0,099

Welk getal is het kleinst? $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$

Schrijf als kommagetal: $\frac{3}{100} =$

Schrijf als kommagetal: $\frac{4}{5} =$

$$1,2 \times 100 =$$

$$0,12 \times 10 =$$

$$0,12 : 12 =$$

Voorbeelden van contextloze opgaven die een leerling naar verwachting niet met een 'handig reken'-strategie zal oplossen.

$$268 + 346 =$$

$$7 \times 168 =$$

$$36 \times 67 =$$

$$24,3 + 7,83 =$$

$$1,2 \times 17 =$$

$$7,8 - 5,13 =$$

$$20,8 : 1,3 =$$

Hoofdstuk 4

De aanpak van rekenproblemen

4 De aanpak van rekenproblemen

Een voorbeeld zoals de leerlingen kunnen tegenkomen in de rekentoets 3F.



The screenshot shows a math test interface. At the top, it says 'Preview Toets voorbeeld toets 3F' and 'Vraag 2 van 60'. On the left, there is an image of wooden floor planks. A red circle highlights the price: 'Normaal p/m² 49,95' and 'Nu 44,95 p/m²'. Text on the image says 'In naturel of wit geolied' and 'Echt hout!'. On the right, the text reads: 'Patrick legt parket in twee kamers: Wookkamer: 5,20 bij 6,50 meter Slaapkamer: 3,20 bij 4,60 meter Hij neemt 5% extra parket. Hoeveel euro moet Patrick betalen?'. Below this is a text input field with a Euro symbol and a small calculator icon.

Het oplossen van dit probleem vergt een aantal denkstappen.

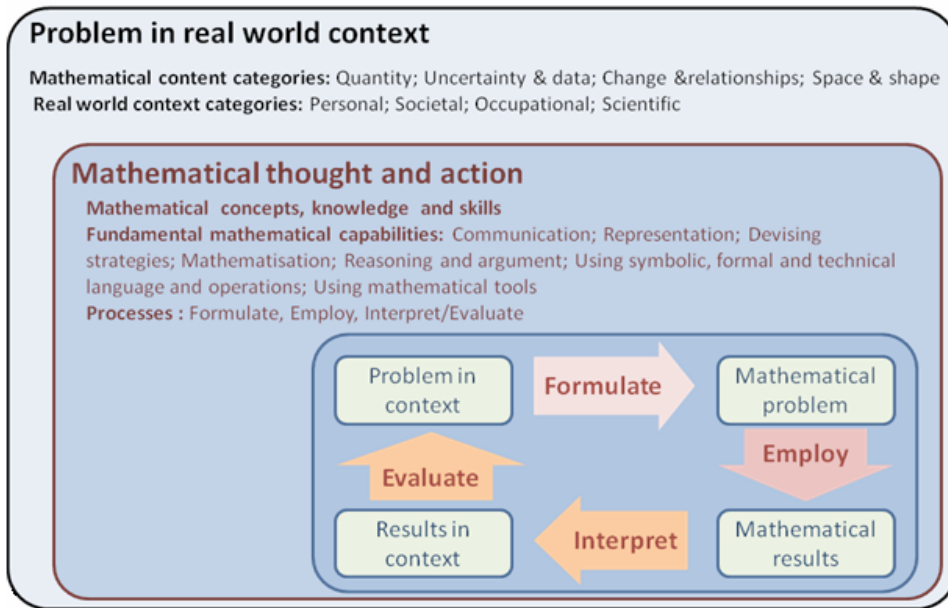
- Waar gaat het probleem over?
- Wat wordt er precies gevraagd?
- Welke gegevens zijn er gegeven om het probleem op te lossen?
- Welke gegevens heb ik nodig?
- Hoe zou ik het dan uitrekenen?
- **Nu ga ik het uitrekenen in één of meer rekenstappen.**
- Ik heb het uitgerekend. Slaat dit ergens op?
- Is dit nu wat er gevraagd wordt?
- Is het antwoord zo goed of moet ik nog afronden of iets anders mee doen?

Internationaal wordt er veel onderzoek gedaan naar het oplossen van dergelijke problemen.

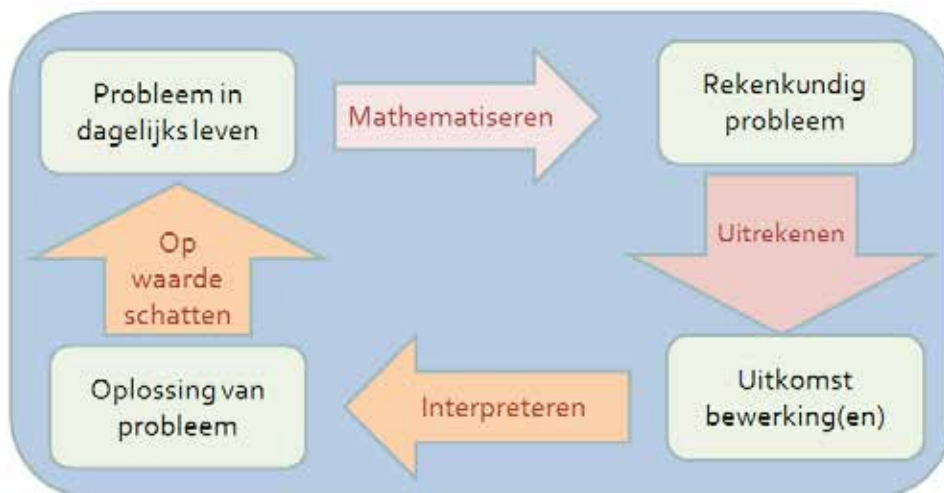
Om de benodigde rekenstappen in beeld te brengen wordt vaak een schema gebruikt.

In de bijlage staan een aantal van deze veelgebruikte schema's.

Wij hanteren het schema dat gebruikt wordt bij PISA.



Vertaald naar het Nederlands ziet dat er zo uit:



Vergelijkbare termen

De meeste docenten kennen bewust of onbewust deze fase in het oplosproces en de stappen die leerlingen moeten zetten. Ze kunnen op allerlei manieren benoemd worden, maar het komt wel steeds op hetzelfde neer.

We geven een aantal veel voorkomende andere namen voor deze fasen en stappen, die wij in de praktijk zijn tegengekomen.

De fasen:

probleem in dagelijks leven	contextprobleem, context
rekenkundig probleem	wiskundig probleem, wiskundig middel, werkplan
uitkomst bewerking(en)	antwoord, oplossing, tussenoplossing, onafgeronde antwoord, rekenmachine-uitkomst
oplossing van probleem	praktijkantwoord, echte antwoord, echte uitkomst

De stappen:

mathematiseren	modelleren, plannen, voorbereiden, analyseren
uitrekenen	bewerken, uitvoeren, cijferen
interpreteren	kijken of het klopt, kijken of dit gevraagd werd.
op waarde schatten	evalueren, reflecteren

Er wordt in al deze schema's een duidelijk onderscheid gemaakt tussen de verschillende fasen in het oplossingsproces:

1. de vertaling van de context naar het wiskundig probleem
2. het oplossen van het wiskundig probleem
3. het terugvertalen van de uitkomst in termen van het oorspronkelijke probleem.
4. heb ik het goede uitgerekend, werd dit gevraagd?

In alle fasen worden cognitieve eisen gesteld aan de kandidaat. In alle fasen kunnen fouten gemaakt worden. Alle fasen dragen bij tot de complexiteit van het probleem.

Er is een hardnekkige praktijk gegroeid in rekenlessen, in wiskundelessen, bij sommige lesmaterialen, bij sommige toetsen om bij functioneel rekenen en functionele wiskunde toch vooral naar de bewerkingen te kijken en alle ander stappen voor lief te nemen. De praktijk om alleen naar de bewerkingen te kijken, betekent dat er alleen gekeken wordt naar de verticale stap in rechterkant van deze schama's. Daardoor blijven allerlei factoren die van wezenlijk belang zijn bij het oplossen van het hele probleem buiten beschouwing.

5 Genres en didactische modellen

Bepaalde type opgaven komen vaak voor, in het dagelijkse leven en in de toets. Het is van grote waarde als leerlingen leren inzien dat opgaven op elkaar lijken of bij elkaar horen. Kortom dat ze tot hetzelfde genre behoren. Bij een genre hoort een bepaald wiskundig model.

We bespreken in deze brochure een aantal van die genres

In de Rekentoets 3F (voorbeeldtoets 2012) zijn de belangrijkste genres:

Procentsommen

4, 6, 11, 17, 20, 25, 26, 33, 38, 40, 51

Delen (van delen) van iets

1, 23, 44, 58

Procenten na procenten

10, 21, 33

Metriek stelsel

2, 14, 18, 28, 29, 32, 36, 41, 46, 54

Samengestelde eenheden (afstand/tijd)

3, 30, 56, 57

Kale sommen

7, 16, 22, 27, 34, 35, 39, 45, 52, 53, 59, 60

Genre: Procentsommen

Wat doe je bij procentsommen?

- mathematiseren
- uitrekenen
- interpreteren
- op waarde schatten

De verhoudingstabel is het meest krachtige en flexibele denkmodel om procentsommen op te lossen.

3F(4)



In april 2012 zijn 76 800 Red-phones verkocht.

Hoeveel Blue-phones zijn er in dezelfde maand verkocht?



Mathematiseren

- Van percentage naar totaal en dan weer naar percentage.
- Zet het goed in schema

	Redphones	Bluephones	totaal
1%	32%	43%	100%
2400	76800	...	

: 32

x 43

Uitrekenen

- $76800 : 32 \times 43 = 103200$

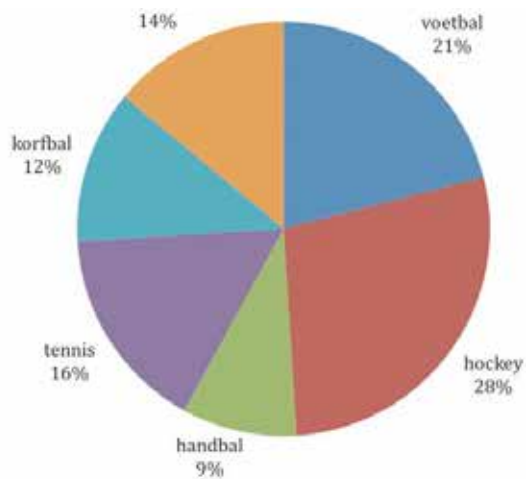
Interpreteren

- 103200 lijkt een redelijk antwoord als je dat vergelijkt met 76800.
- Er staat niets over afronden.

Op waarde schatten?

- Het kan wel ongeveer kloppen, ongeveer $1/3^e$ deel erbij.

3F (11)



leerlingen van een school.
Hockey is met 252 leerlingen het meest favoriet.

Van hoeveel leerlingen is handbal de favoriete sport?

leerlingen



Mathematiseren

- Van percentage naar totaal en dan weer naar percentage.
- Zet het goed in schema.

	Handbal	Hockey	totaal
1%	9%	28%	100%
9		252	

$: 28$ (arrow from Hockey to Handbal)

$\times 9$ (arrow from Handbal to Hockey)

Uitrekenen

- $252 : 28 \times 9 = 81$

Interpreteren

- 81 lijkt een redelijk antwoord.
- Er staat niets over afronden, maar het moet wel een geheel getal zijn (aantal leerlingen).

Op waarde schatten?

- Het kan ook wel ongeveer kloppen, ongeveer $1/3^e$ deel van de hockeyers.

3F (20)

stitie	fabrikant en model	aantal stuks verkocht	t.o.v.2009
1	Ford Fiesta	52.805	+ 12%
2	Volkswagen Golf	46.415	+ 11%
3	Opel Corsa	40.346	- 4%
4	Peugeot 207	39.499	+ 8%
5	Volkswagen Polo	38.316	+ 24%
6	Fiat Punto	37.337	+ 2%
7	Ford Focus	35.398	+ 5%
8	Fiat Panda	33.593	- 4%
9	Renault Clio	31.938	- 6%
10	Opel Astra	27.236	- 12%

dan in 2009?

Volkswagens Polo



Mathematiseren

- Goed kijken dat het gaat om 'terugrekenen'. Je weet het aantal ná de toename.
- Zet dit op een goede manier in een verhoudingstabel.

Uitrekenen

		2009	2010
1%	24%	100%	124%
309	Gevraagd = 7416	30900	Gegeven = 38316

: 124

x 24

Interpreteren

- 7416 lijkt een redelijk antwoord.
- Er staat niets over afronden

Op waarde schatten?

- Het kan ook wel ongeveer kloppen, ongeveer een kwart erbij.

Genre: Delen (van delen) van iets

Maak leerlingen vertrouwd met de volgende feitenkennis.

1/2	50%	helft	1 op de 2	x 0,5
1/4	25%	kwart	1 op de 4	x 0,25
1/5	20%	een vijfde	1 op de 5	x 0,2
1/8	12,5%	een achtste	1 op de 8	x 0,125
1/10	10%	een tiende	1 op de 10	x 0,1

Mathematiseren

- Wat is het geheel?
- Helpt het als ik decimalen gebruik?
- Waarmee moet ik vermenigvuldigen?

Uitrekenen

- De berekening

Interpreteren en op waarde schatten?

- Wat wordt gevraagd?
- Moet er afgerond worden
- Is dit een normaal antwoord?

3F (1)



Op dit lotnummer is een hoofdprijs van twee en een half miljoen euro en nog een kleinere prijs van € 250,- gevallen. Omdat dit een 1/5 lot is, krijgt de winnaar 1/5 deel van de prijs.

Hoeveel euro krijgt de winnaar?

euro



Mathematiseren

- Wat is het geheel?
- 2 500 250
- Helpt het als ik decimalen gebruik?

Uitrekenen

- $0,2 \times 2\,500\,250 = 500\,050$.

Interpreteren & Op waarde schatten

- Wat wordt gevraagd?
- Dit antwoord. Geen afronding.

Genre: procenten na procenten

3F (10)

Jaike krijgt een loonsverhoging van 4%.
Een jaar later krijgt ze nog eens een verhoging van 3%.

Hoeveel is haar loon in totaal gestegen?

- 7%
- 7,07%
- 7,12%
- 12%



Mathematiseren

- Wat is het geheel?
- Help! Weet ik niet. Waarom niet gewoon 7%
- Mag ik gewoon 100 nemen?
- Of moet ik 3% van 4% nemen?
- Of moet ik iets met $1,04 \times 1,03$?

Uitrekenen

- 100 wordt 104 wordt 107,12
- of
- $1,04 \times 1,03 = 1,0712$

Interpreteren & op waarde schatten?

- Wat wordt gevraagd?
meerkeuze, dus C
- Is dit een normaal antwoord?
ja, zou goed kunnen

2F(21)



Hoeveel leerlingen haalden een cijfer hoger dan een 8?

leerlingen



Mathematiseren

- Wat is het geheel?
3500 voor de eerste stap
... voor de tweede stap
- Of moet ik iets met de factoren 0,8 en 0,24

Uitrekenen

- Vanuit 3500 wordt het $0,80 \times 3500 = 2800$
 - Vanuit 2800 wordt $0,24 \times 2800 = 672$
- of
- $3500 \times 0,8 \times 0,24 = 672$

Interpreteren & op waarde schatten?

- Wat wordt gevraagd?
aantal leerlingen, dus geheel getal
- Is dit een normaal antwoord?
ja, 672 zou goed kunnen

3F(33)



Een brood kost € 2,12. Dit bedrag is inclusief 6% belasting. Een regering wil de belasting op brood verhogen van 6% naar 19%.

Hoeveel cent wordt het brood dan duurder?

cent



Mathematiseren

- Wat is het geheel?
212 voor de eerste stap
... voor de tweede stap
- Of moet ik iets met de factoren 1,06 en 1,19?

Uitrekenen

- Vanuit 2,12 wordt het $2,12 : 1,06 = 2,00$
 - Vanuit 2,00 wordt $2,00 \times 1,19 = 2,38$
- of
- $2,12 : 1,06 \times 1,19 = 2,38$

Interpreteren & op waarde schatten?

- Wat wordt gevraagd?
hoeveel cent wordt het duurder!!!!
dus 26 cent
- Is dit een normaal antwoord?
ja, het zal wat duurder worden

Genre Metriek stelsel

Komt alles voor? Nee
Kan alles voorkomen? In principe wel, maar ...

mm, cm, dm, m, hm, km
ml, cl, dl, L, hl
mg, g, kg, ton

cm², dm², m²
are, hectare !!!
cm³, dm³, m³

Wiskundig model

- Welke eenheid werkt hier het handigst, vóór dat ik ga rekenen.

Mathematiseren

- Alles omzetten naar zelfde eenheid
- Uitrekenen

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?

Op waarde schatten?

- Is dit een normaal antwoord?
- (Klopt dat met de begingegevens?)

3F (2)



Patrick legt parket in twee kamers:
Woonkamer: 5,20 bij 6,50 meter
Slaapkamer: 3,20 bij 4,60 meter
Hij neemt 5% extra parket.
Hoeveel euro moet Patrick betalen?
€


Mathematiseren

- Welke eenheid werkt hier het handigst, vóór dat ik ga rekenen.
Gaat alleen over meters.
Ik moet 6 liter hebben
- Twee kamers en nog wat extra.

Uitrekenen

- $5,2 \times 6,5 =$
- $3,2 \times 4,6 =$
- nog 5% erbij.
- Hoe? (zie procenten)
- Het totaal $\times 44,95$ geeft 2290,0227

Interpreteren & Op waarde schatten

- Wat wordt gevraagd?
2290,02, maar 2290 is ook goed
- Is dit een normaal antwoord?
Best duur, maar zal wel kloppen ongeveer.

3F (46)

Een gemeente heeft deze winter 1200 ton strooizout in voorraad.

De hoeveelheid zout bij een strooibeurt is 10 gram per m^2 .

In deze gemeente hebben de wegen een totale lengte van 800 km.

De breedte van de wegen is gemiddeld 5 meter.

Hoeveel keer kunnen de wegen gestrooid worden?

keer



Mathematiseren

- Welke eenheid werkt hier het handigst, vóór dat ik ga rekenen.
ton en gram => neem gram
meter en kilometer => neem meter
Het gaat om oppervlakte weg en dan $10g/m^2$
Hoeveel is een ton ook al weer: 1000 kg.

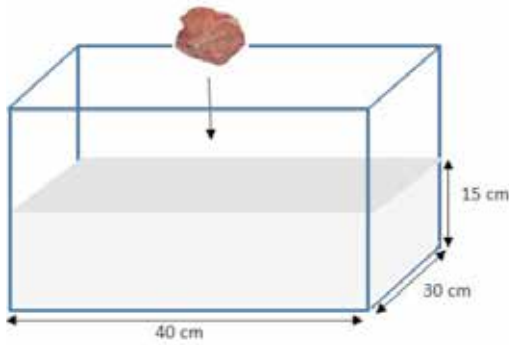
Uitrekenen

- 800 km is 800 000 m
- oppervlakte is $800\ 000 \times 5 = 4\ 000\ 000\ m^2$
- $10\ g/m^2$ geeft 40 000 000 gram
- dat is 40 000 kg
- dat is 40 ton voor alle wegen

Interpreteren & Op waarde schatten

- Wat wordt gevraagd?
- 1200 ton in voorraad, dus $1200 : 40 = 30$ keer
- Klinkt ook wel redelijk

3F (32)



Om het volume van een steen te meten legt Sylvia een steen in deze bak water. Het water stijgt met een halve centimeter.

Hoeveel liter is het volume van de steen?

liter



Mathematiseren

- Welke eenheid werkt hier het handigst, vóór dat ik ga rekenen.
Speciaal geval van inhoud naar liters.
Zet altijd om naar decimeters !!!!
Dan heb je gelijk een antwoord in Liters
- Alles omzetten naar zelfde eenheid
Je moet weten: 10 cm = 1 dm
Dan wordt het
4 dm bij 3 dm bij 1,5 dm
en
4 dm bij 3 dm bij 1,55 dm
(of direct 4 dm bij 3 dm bij 0,05 dm)

Uitrekenen

- $4 \times 3 \times 1,5 = 18 \text{ dm}^3$, dus 18 L
- $4 \times 3 \times 1,55 = 18,6 \text{ dm}^3$, dus 18,6 L

Interpreteren & Op waarde schatten

- Wat wordt gevraagd?
De toename, dus 0,6 L
- Is dit een normaal antwoord?
Kan wel, ruim een half pak melk.

Genre - Samengestelde eenheden

Hier gaat het met name om afstand en tijd.
Gebruik bijvoorbeeld altijd eenzelfde verhoudingstabel.

afstand					
tijd					

Gaat het om km/uur, dan zorg je dat er beneden **precies 1 uur** (= 60 minuten = 3600 seconden) komt te staan en boven **een aantal kilometers**.

Gaat het om m/s, dan zorg je dat er beneden **precies 1 seconde** komt te staan en boven **een aantal meters**.

3F (3)



Usain Bolt (Jamaica) liep op 16 augustus 2009 in Berlijn een wereldrecord op de 100 meter. Hij liep deze afstand in 9,58 seconden.

Wat was zijn gemiddelde snelheid in kilometer per uur? Rond af op 1 decimaal.

kilometer per uur



Mathematiseren

- werk toe naar ... km in 1 uur

afstand	100 m	... m	37578,288 m	= 37,578288 km
tijd	9,58 s	1 s	3600 s	= 1 uur

\curvearrowright : 9,58 \curvearrowright x 3600

Uitrekenen

- $100 : 9,58 \times 3600 = 37578,288$
- dat zijn meters, dus 37.578288 meters

Interpreteren & Op waarde schatten

- Er moet afgerond worden op 1 decimaal.
- Dus 37,6 km/uur
- Dat kan wel kloppen, zo snel als een brommer.

3F (57)

De spoorbaan tussen Arnhem en Doetinchem heeft een lengte van 36 kilometer.

Een trein doet 34 minuten over de hele reis.

Wat is de gemiddelde snelheid in kilometers per uur? Rond af op hele kilometers.

kilometer per uur



Mathematiseren

- Werk toe naar 1 uur

afstand	36 km	... km		63,529412 km	= km
tijd	34 min	1 min		1 uur	= 1 uur

\curvearrowright : 34 \curvearrowright x 60

Uitrekenen

- $36 : 34 \times 60 = 63,529412$

Interpreteren & Op waarde schatten

- Er moet afgerond worden op hele kilometers.
- 64 km/uur
- Lijkt meen redelijke snelheid, niet al te hard.

Genre Kale sommen

Hieronder volgen de kale sommen zoals die voorkomen in de Rekentoets 2F.

Voorbeeldtoets 3F (maart 2012)

$$0,25 \times 0,3 \times 4 = \dots$$

$$1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} = \dots$$

$$515 \times 8 : 5 = \dots$$

$$\frac{3}{4} \times 360 = \dots$$

$$42 \times 5 + 15 \times 42 = \dots$$

$$12\frac{1}{2} \% \text{ van } 448 = \dots$$

$$120 + 222 + 324 + 426 + 528 + 630 = \dots$$

$$35200 : 160 = \dots$$

$$465 - (240 + 15) = \dots$$

$$35,35 : 7 = \dots$$

$$2253 - 879 + 147 = \dots$$

$$60 : 0,15 = \dots$$

Aandachtspunt:

- De kale opgaven kunnen nu ook van niveau 2F zijn (zie de rekentoetswijzer juni 2014)
- Regelmatig zit er een aspect van handig rekenen bij. Het loont de moeite om even goed naar de opgave te kijken.
- Het is GEEN hoofdrekenen. De antwoorden hoeven niet uit het hoofd gevonden te worden.
Gebruik kladpapier. Leer dat handig te gebruiken.
- Geen formeel rekenen met breuken.
Wel kennis van een aantal elementaire breuken ($\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$).

Voor deze opgaven is het effectief om dit soort gemêleerde rijtjes te oefenen. Het door elkaar aspect is daarbij van belang. Veel dezelfde achter elkaar leidt tot automatische piloot en rigiditeit en dat is wat anders dan bewust vaardig zijn in het oplossen van dergelijke rekensommen.

Een paar voorbeelden van hoe contextloze opdrachten gemaakt worden in de rekentoets (uit Cito-presentatie)

Opgave:

$$17 \times 2\frac{1}{2} + 3 \times 2\frac{1}{2} =$$

p-waarde: 70%

p-havo: 63%

p-vwo: 81%

Opgave

$$545 + 656 =$$

p-waarde: 90%

p-havo: 89%

p-vwo: 93%

Hoofdstuk 6

Overige algemene didactische tips

6 Overige algemene didactische tips

Kijk met leerlingen naar de vorm van de toets.

- Vraag staat altijd rechts...
- Als er een afbeelding staat heb je die meestal ook echt nodig.

Bespreek met leerlingen gebruik van rekenmachine.

- Rekenmachine mag je gebruiken, maar het hoeft niet.
- Je mag het probleem oplossen hoe je wil: uit het hoofd, met de rekenmachine, met een schetsje, met een berekening op papier.
- Laat leerlingen oefenen met de online rekenmachine ('Proef op de som' via Examentester).



Bespreek met leerlingen het invoeren van antwoorden in het antwoordveld.

- Gebruik bij invoeren NOOIT de punt voor duizendtallen. Examentester behandelt zowel de komma als de punt als het decimale scheidingsteken.
Invoeren van 120.000 leidt dus tot 120 (dat is ook zichtbaar in het scherm)
Invoeren van 35.95 leidt tot 35,95
Invoeren van 35,95 leidt tot 35,95

Bespreek met leerlingen het afronden van antwoorden.

- Als er niets staat over afronden is er misschien een afronding die logisch uit het probleem voortvloeit: vb: 7,35 bussen nodig, dan dus 8 bussen nodig
- Als er niets staat over afronden. Kies dan een afronding die redelijk is.
- Dat is vaag, maar moet je wel leren. In het dagelijks leven doe je niet anders.
 - Geen sleep getallen achter de komma
 - Bedragen op 2 decimalen, etc.

Bespreek met leerlingen waar de opgaven eigenlijk voor bedoeld zijn.

- Hoe serieuzer leerlingen de context nemen, hoe groter de kans dat ze de opgave goed oplossen. Dus spreek niet negatief of denigrerend over contexten in termen van verhaaltjessommen. Dat zijn het niet, het gaat om een simulatie van de werkelijkheid.
- Laat leerlingen bewust reflecteren of gevonden antwoord ergens op slaat .
vb: inhoud zwembad 12,8 liter, gemiddeld maandsalaris 3,7 euro, ...

Tips voor de rekentoets

- Als voorbereiding op de rekentoets gebruiken veel scholen digitaal materiaal. Het is belangrijk om leerlingen goed te monitoren, na te denken hoe te differentiëren.
- Stimuleer leerlingen met pen en papier te werken bij de rekentoets. Leg papier vooraf klaar.
- Laat de leerlingen vooraf een voorbeeldtoets maken, om een idee te krijgen wat hen te wachten staat.
- De scholen krijgen vooraf een 'Proef op de Som' toegestuurd, een oefentoets. Benut deze.
- Op havo en vwo zijn leerlingen nog niet gewend om digitaal een toets te krijgen, op het vmbo veel meer.
- Veel leerlingen zijn nogal onzeker over hoe zij antwoorden in moeten voeren bij de rekentoets. Bespreek met leerlingen de verschillende notaties als voorbereiding op de rekentoets. Het is handig als zij de volgende dingen weten:
 - Een punt wordt automatisch omgezet in een komma.
 - Extra nullen achter een koma getal hebben geen invloed.
 - Diverse geldnotaties zijn allemaal goed: € 3 of € 3,00 of € 3,-

Welke opgaven worden goed gemaakt bij de rekentoets? (hoge p-waarden)

- Contextloze en meerkeuze opgaven, opgaven met geldrekenen.

Welke opgaven worden slecht gemaakt bij de rekentoets? (lage p-waarden)

- Opgaven met metriek stelsel, schaal, snelheid, breuken, procenten. En bij opgaven waarbij afgerond moet worden.

7 Websites

http://www.cito.nl/onderwijs/voortgezet%20onderwijs/rekentoets_vo/foutenanalyse_2f_en_3f

Het is op dit moment niet mogelijk om inzage te krijgen in de resultaten van de rekentoets, welke fouten leerlingen gemaakt hebben. Vandaar dat het Cito een foutenanalyse heeft opgesteld naar aanleiding van de rekentoets 2013/2014.

http://www.cito.nl/onderwijs/voortgezet%20onderwijs/rekentoets_vo/voorbeeldtoetsen

Op deze plek kun je voorbeeldtoetsen met antwoorden vinden.

https://www.hetcvte.nl/item/centrale_rekentoets_vo

Op deze plek vind je informatie over de centrale rekentoets vo, de rekentoetswijzers en de periode van afname.

<http://www.examenblad.nl/vak/rekenen/2015>

De plek om de kaders voor de rekentoets 2015 te vinden.

<http://www.steunpunttaalenrekenenvo.nl/>

Hier kun je terecht met allerlei vragen over taal en rekenen, onder andere op het gebied van wet- en regelgeving.

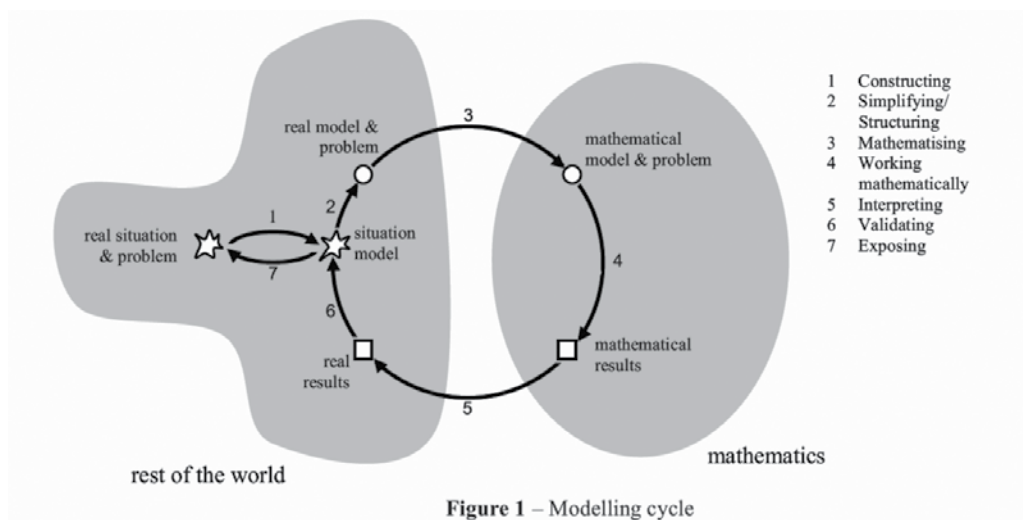
Bijlage 1

Schema's voor probleem oplossen bij rekenen/wiskunde uit diverse wetenschapsgebieden

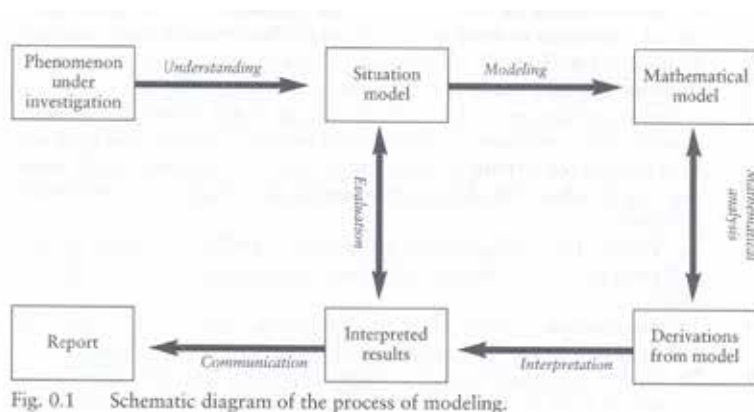
Om beter grip te krijgen op het interpreteren van contextopgaven en het vaststellen van de complexiteit daarvan maken we even een uitstapje naar de internationale onderzoeksliteratuur op dit gebied.

Vanuit verschillende hoeken wordt hier diepgravend onderzoek naar gedaan. Die deelgebieden zijn: problem solving modelling (o.a. Schoenfeld, Burkhardt, Blum), word problems (Verschaffel et al.), international assessment (OECD, PISA PIAAC), computer based assessment of mathematics (CBAM). Met deze kennis kunnen we wat uitgebreider ingaan op wat nu eigenlijk de factoren zijn die de complexiteit van opgaven voor functioneel rekenen bepalen.

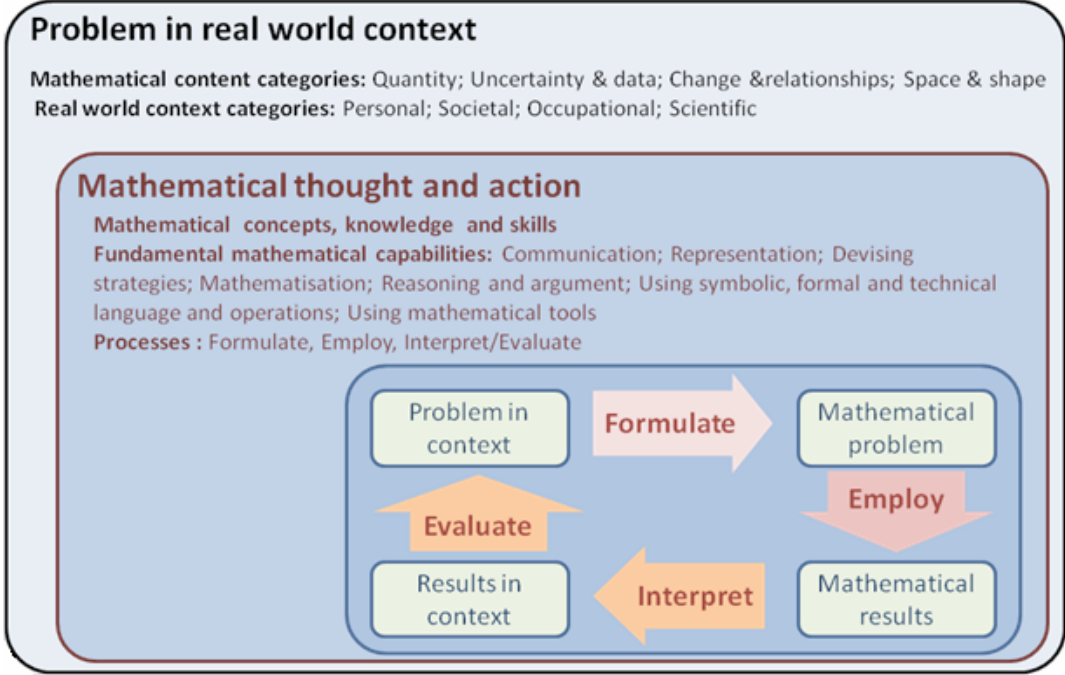
Er zijn een drietal schema's veelgebruikt in onderzoek en theorievorming. Die worden hieronder gepresenteerd en kort toegelicht. Ze komen allemaal min of meer op hetzelfde neer.



(Blum e.a. 2007)



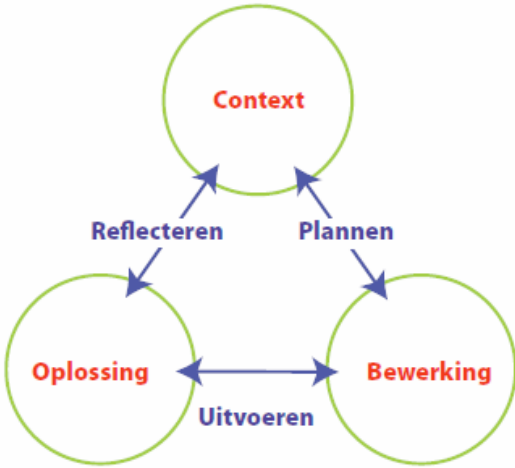
(Verschaffel e.a 2009)



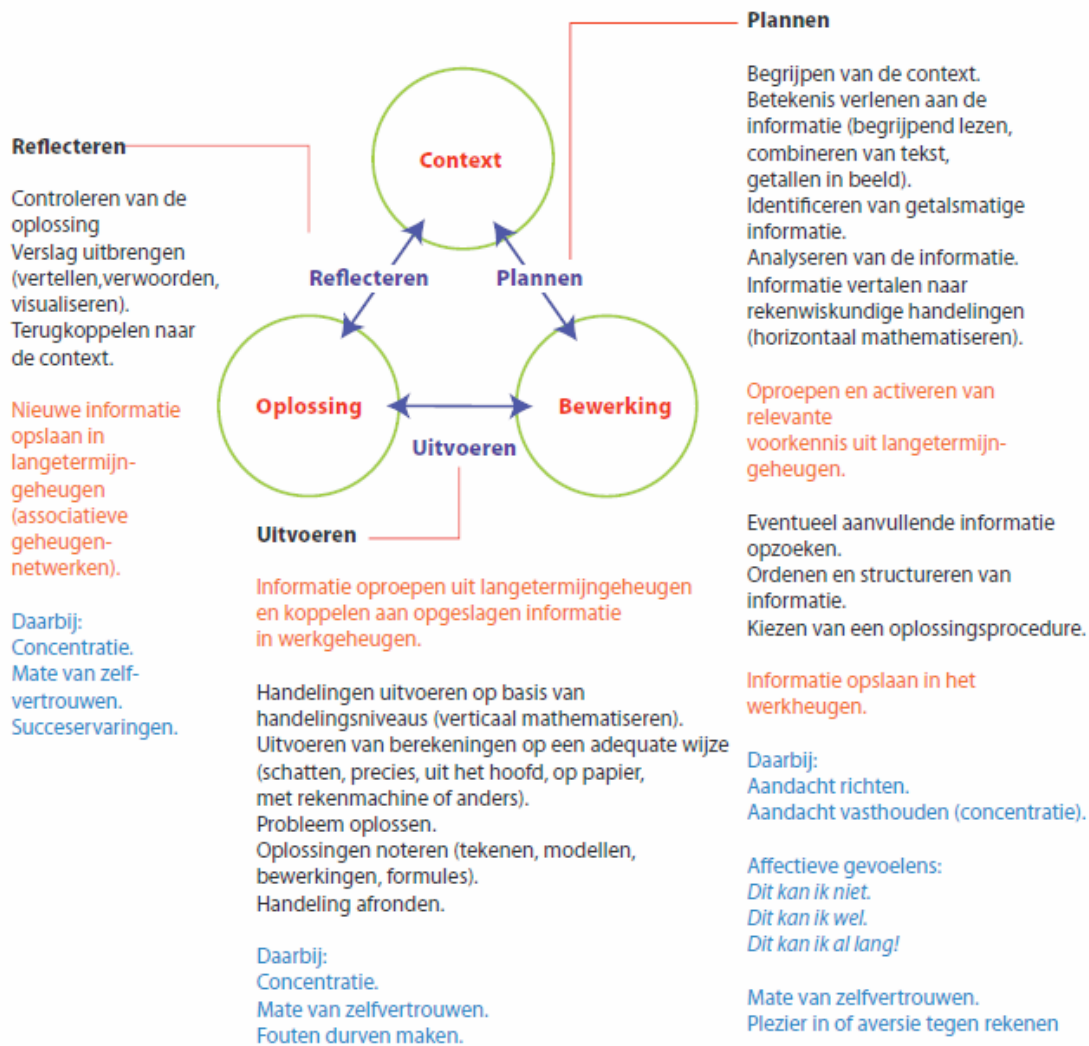
(OECD, 2012 (PISA, Stacey))

Het schema dat in deze brochure wordt gebruikt is een vertaling van dit schema. In Nederlandse publicaties in het basisonderwijs wordt een vergelijkbaar schema gebruikt. In het Protocol Ernstige Rekenwiskunde problemen en Dyscalculie (ERWD) voor de basisschool is het volgende schema te vinden. In grote lijnen komt dat op hetzelfde neer als de andere schema's.

Protocol ERWD



Afbeelding 5.8 Het drieslagmodel



Afbeelding 5.16 De samenhang in beeld: combinatie van drieslagmodel, handelingsmodel en kindkenmerken

Bijlage 2

Afronden en intervallen bij computer scoorbare vragen

Afronden, significantie en relevantie

De werkwijze hoe om te gaan met afronden, significantie en goed te rekenen antwoorden, is nog verre van uitgekristalliseerd in de klassenpraktijk en ook nog niet helemaal in de toetspraktijk.

Er zijn verschillende oplossingen mogelijk in de lessen:

- Altijd in de opgave er bij zetten hoe er afgerond moet worden.
Voordeel is dat volstrekte helderheid schept voor leerlingen en docenten.
Nadeel is dat elke opgave ook afronden toetst, dat de leerling niet bij het antwoord nadenkt over significantie of relevantie, maar gewoon automatisch doet wat de toetsmaker vraagt.
Het leert de leerling niet nadenken.
- Het aan de leerling overlaten en ruimhartig zijn in het goed rekenen van antwoorden.
Voordeel is dat het veel nadruk legt op de manier waarop je het antwoord hebt bereikt en minder op de precisie van dat antwoord.
Nadeel is een grote variëteit aan antwoorden met verschillende nauwkeurigheid, wat bijna n iet aan leerlingen is uit te leggen dat dat allemaal goed is.
- Eisen dat de leerling een verstandige en significante afronding kiest.
Voordeel is dat je de leerling echt laat nadenken over een relevant antwoord, gegeven het probleem.
Nadeel is dat de klassenpraktijk en de lesmaterialen hier over het algemeen nog volstrekt niet mee bezig zijn en dat er voortdurend discussie over kan ontstaan.

Op dit moment worden de volgende afrondmogelijkheden bij de rekentoets gehanteerd:

Afronden volgt vanzelf uit de context (euro's op twee decimalen)



Hoeveel kost een stuk boerenkaas van 322 gram?

€



Exact: 4,7978

Dus antwoord: 4,80

Er is een duidelijke afrondinstructie

Tech / Internet

Downloadsnelheid groeit met ruim 12 procent

Laatste update: 29 december 2011 13:59

AMSTERDAM - De gemiddelde downloadsnelheid in Nederland is gegroeid naar 16 Mb per seconde waar dat een jaar geleden nog 14,2 Mb per seconde was.

1 Gb = 1000 Mb

Aisha downloadt een film van 37,6 Gb. Doordat de downloadsnelheid is toegenomen heeft ze de film sneller op haar computer staan.

Hoeveel minuten sneller?
Rond af op een geheel getal.

minuten



Exact: 4,9666667

Dus antwoord: 5

Er wordt antwoordmarge gehanteerd

NIEUW RECORD!!
277 keer raak in 1 uur



Om de hoeveel seconden shoot deze speelster gemiddeld raak?

om de seconden



Antwoordmarge:
12,99 t/m 13

(Uit Cito-presentatie flitsbijeenkomst oktober 2013)

3F (20)

Top 10 meest verkochte auto's in 2010

positie	fabrikant en model	aantal stuks verkocht	t.o.v.2009
1	Ford Fiesta	52.805	+ 12%
2	Volkswagen Golf	46.415	+ 11%
3	Opel Corsa	40.346	- 4%
4	Peugeot207	39.499	+ 8%
5	Volkswagen Polo	38.316	+ 24%
6	Fiat Punto	37.337	+ 2%
7	Ford Focus	35.398	+ 5%
8	Fiat Panda	33.593	- 4%
9	Renault Clio	31.938	- 6%
10	Opel Astra	27.236	- 12%

Hoeveel Volkswagens Polo zijn er in 2010 méér verkocht dan in 2009?



Volgens antwoordmodel: 7416

De berekening $38316 \times 0,24$ / $1,24$ komt precies uit op 7416. Klaar.

Maar de volgende combinaties en wat daar tussenin ligt zouden net zo goed de werkelijkheid kunnen zijn:

2009	2010	meer	% meer
31025	38316	7291	24% (23,50040%)
30900	38316	7416	24% (24,00000%)
30777	38316	7540	24% (24,49961%)

Tip: Zonder verdere informatie: houd het antwoord op 7416.

3F(4)



In april 2012 zijn 76.800 Red-phones verkocht.

Hoeveel Blue-phones zijn er in dezelfde maand verkocht?



Volgens antwoordmodel: 103200

De berekening $76800 / 32 \times 43$ komt precies uit op 103200. Klaar.
Echter $76800 / 0,32 = 240000$. Daar is men blijkbaar vanuit gegaan

Maar het verkochten aantal Redphones ligt waarschijnlijk ergens tussen 75600 en 78000.
En van de Bluephones zijn er waarschijnlijk tussen de 102000 en 104400 verkocht.

Tip: Zonder verdere informatie: houd het antwoord op 103200.

Bijlage 3

De moeilijkheidsgraad van opgaven

Bij het vaststellen van de moeilijkheidsgraad van opgaven in het kader van functioneel rekenen wordt vaak gewerkt met het begrip denkstappen.

Dat is de som van de (denk) activiteiten in alle fasen van het oplossingsproces.

De optelling van de denkstappen in de verschillende fasen is een redelijke maat om de complexiteit vast te stellen. Dit gebeurt onder andere ook in PISA en PIAAC.

Vanuit deze bredere invalshoek kunnen we komen tot een aantal criteria die het aantal denkstappen beïnvloeden en dus daardoor de moeilijkheid bepalen.

De volgende aspecten in een opgave kunnen allemaal variëren van (zeer) eenvoudig tot (zeer) complex:

1. representatie van de context (beeldend, talig, structurering)
2. taalgebruik (te veel tekst; laagfrequente woorden)
3. gebruikte getallen (bijv. kommagetallen of breuken in maten en percentages)
4. aanpak/strategie (bijv. niet onmiddellijk duidelijk; niet-standaard)
5. aantal benodigde rekenconcepten (bijvoorbeeld combinaties van tijd en % of inhoud en % etc)
6. mate van eenduidigheid (zijn er verschillende interpretatie mogelijk, worden er leerlingen makkelijk op het verkeerde been gezet (instinkers).

De complexiteit van een opgave is een 'optelsom' van de complexiteiten van de verschillende onderdelen.

Bijlage 4

Inzichten rekenen in het basisonderwijs van nu

Veranderde aanpak hoofdbewerkingen in het basisonderwijs

Niet alleen de volgorde van de rekenbewerkingen is veranderd, ook worden er tegenwoordig andere aanpakken gebruikt om de basisstrategieën uit te leggen. Vanuit het hoofdrekenen wordt op weg naar het cijferend rekenen, het rekenen met grote getallen, kolomsgewijs gerekend. Het cijferend rekenen kan gezien worden als de meest verkorte versie van kolomsgewijs rekenen. Het doel is vooral dat leerlingen werken vanuit het begrip van getallen naar het werken met cijfers.

Optellen

Bij het optellen wordt het 'kolomsgewijs optellen' aangeleerd voordat het cijferend uitgerekend kan worden. In essentie komt het er bij het kolomsgewijs rekenen op neer dat de leerling altijd snapt wat de betekenis/grootte van de cijfers is in de getallen waarmee hij werkt.

Bij de volgende som start men met de honderdtallen, daarna de tientallen en dan de eenheden. Op deze wijze blijft voor kinderen helder wat de cijfers waard zijn en wat er gebeurt als je deze optelt.

$$\begin{array}{r} 534 \\ 345 + \\ 800 \quad (500 + 300) \\ 70 \quad (30 + 40) \\ \underline{9 + (4 + 5)} \\ 879 \end{array}$$

In een volgende stap gaat men van rechts naar links, nog steeds gaat het hier om getallen die worden opgeteld. Dit is wel een handeling in de richting van het cijferend rekenen, de volgende stap is immers het verkorte opschrijven, wat we cijferend kunnen noemen. Het gaat dan over in cijfers die opgeteld worden.

$$\begin{array}{r} 375 \\ 212 + \\ \hline 7 \\ 80 \\ 500 + \\ \hline 587 \end{array}$$

Aftrekken

Ook bij het aftrekken wordt het 'kolomsgewijs aftrekken' aangeleerd. Dat ziet er als volgt uit:

$$\begin{array}{r} 367 \\ 145 - \\ \hline 200 \quad (300 - 100) \\ 20 \quad (60 - 40) \\ \underline{2 + (7 - 5)} \\ 222 \end{array}$$

Of over het tiental/honderdtal heen. Hierover bestaat veel verwarring. Het ziet er een beetje onlogisch uit. Er wordt gewerkt met –tekens, die vaak niet begrepen worden. Dit kan worden opgelost

door het te zien als een te kort dat ontstaat. Ik heb 20 te kort als ik 80 van 60 af haal.

$$\begin{array}{r}
 362 \\
 181 - \\
 \hline
 200 \quad (300 - 100) \\
 -20 \quad (60 - 80) \\
 \hline
 1 \quad (2 - 1) \\
 \hline
 181 \quad (200 - 20 + 1)
 \end{array}$$

Vermenigvuldigen

Voor veel leerlingen geldt dat zij de tafels niet goed genoeg kennen. Dit levert problemen op voor de rekentaalvaardigheid van leerlingen bv met het rekenen met breuken en procenten. Bij vermenigvuldigen is ook de verandering zichtbaar met vroeger. Het gaat er om dat leerlingen begrijpen wat een vermenigvuldiging inhoudt. Kunnen ze er een verhaal bij maken, hebben ze er beelden bij. Er wordt daarom ook in beginsel veel gedaan met de omgeving en het zien van structuren die kunnen helpen vermenigvuldigingen uit te rekenen. Verschillende modellen worden ter schematische ondersteuning aangeboden.

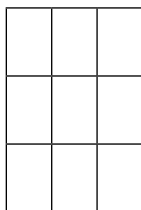
Het lijnmodel, vermenigvuldigen begint vanuit het herhaald optellen. Wanneer dit inzichtelijk gemaakt wordt op een lijn, is dit voor leerlingen vergelijkbaar met de getallenlijn, waarmee ze ook het optellen en aftrekken tot 100 hebben geleerd.



Het groepjes model



Het rechthoekmodel (meest gebruikt)



NB het herhalen en trainen van de tafels van vermenigvuldiging is zeker een aandachtspunt. Alleen is het vertrekpunt veel meer dan vroeger dat leerlingen weten wat ze uit rekenen. Bovendien dient het oefenen (automatiseren) van deze kennis tot parate feitenkennis (memoriseren) onderhouden te worden.

Wanneer het vermenigvuldigen over gaat op grotere getallen dan wordt het 'kolomsgewijs vermenigvuldigen' aangeleerd, voordat het cijferend uitgerekend kan worden. Het blijft in dit geval weer gaan om de getallen die vermenigvuldigd worden.

$$\begin{array}{r}
 39 \\
 7 \times \\
 \hline
 210 \quad (7 \times 30) \\
 63 \quad (7 \times 9) + \\
 \hline
 273
 \end{array}$$

Delen

Ook delen wordt vanaf het begin aangeboden vanuit een context die betekenis geeft, zodat leerlingen beelden hebben bij wat delen betekent. De overgang van een uit het hoofd delen (als inverse van vermenigvuldigen) naar de grote deelsom (grote getallen) wordt ook met kolomsgewijs delen aan geleerd. Dit wordt ook wel de 'hapjesmethode' genoemd. In tegenstelling tot de staartdeling wordt in dit geval uitgegaan van het hele getal. Uit het te verdelen getal worden steeds hapjes genomen, tot er niets meer over is, of een rest:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 520 & | \\ \hline & 200 & 10 \times \\ & \underline{320} & \\ & 200 & 10 \times \\ & \underline{120} & \\ & 120 & \underline{6 \times} + \\ & 0 & 26 \end{array}$$

Sommige leerlingen nemen grotere hapjes, zij zien direct dat je een 'grotere' hap van 20 keer 20 kunt nemen. De deling zal bij hen dan ook korter zijn, maar leidt tot dezelfde uitkomst. Hierin zit de meeste kritiek vaak. Het duurt bij leerlingen die deze verkorting niet snel toepassen wel vaak als een lange en minder effectieve manier van delen gezien. De kunst is dus deze leerlingen hulp te bieden bij het zien van de verkorting.

Uiteindelijk zijn er sommige scholen/ methodes die er voor kiezen ook de staartdeling aan te leren. In feite is dit de meest verkorte manier van een deling cijferend oplossen en is er sprake van een rekenalgoritme. Een vast aantal stappen die uiteindelijk tot het antwoord leiden. Het gaat hier niet langer om het getal dat gedeeld wordt, maar met de cijfers wordt het antwoord gevonden.

NB: Het gevaar van te vlug met zwakke rekenaars naar cijferend rekenen gaan leidt er toe dat het antwoord wellicht eerder goed is, maar leerlingen niet weten wat zij uitvoeren. In het kader van op waarde schatten van een antwoord (een van de stappen in PISA model) slaan deze leerlingen vaak plank mis.

Het ingewikkelde aan het kolomsgewijs rekenen en de visie vooral te richten op (getal)begrip ligt in het feit dat de meeste docenten dit zelf vroeger niet zo geleerd hebben. Het is dus de moeite waard eens te kijken en oefenen met hoe leerlingen dit krijgen aangeleerd, om ze te begrijpen en te kunnen helpen bij daar waar het niet lukt!

